

REALIDAD VIRTUAL Y ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

*Rubén Agueda, Irene de Teresa, Omar Gutiérrez, Víctor Mireles
Estudiante de la carrera de Matemáticas en la Facultad de Ciencias,
UNAM.*

*Guillermo Gómez Alcaraz
Profesor de tiempo completo del Departamento de Matemáticas,
Facultad de Ciencias, UNAM*

*Cynthia Viveros
Estudiante de la carrera de Actuaría en la Facultad de Ciencias, UNAM.
s_aktories@prodigy.net.mx*

REALIDAD VIRTUAL Y ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Resumen

Un problema importante en la enseñanza de las matemáticas es el desarrollo de la intuición en los estudiantes. En este trabajo presentamos algunos resultados del Proyecto de visualización de entes matemáticos, y explicamos cómo estos pueden ser usados en clases de nivel licenciatura. Explicamos también las técnicas y equipos que usamos para generar el material y las ventajas de usarlo.

Palabras clave: Enseñanza, matemáticas, realidad virtual inmersiva, tecnología en la enseñanza.

VIRTUAL REALITY AND THE TEACHING OF MATHEMATICS

Abstract:

An important problem in the teaching of mathematics is the development of intuition in students. In this work we present several results of the Mathematical Entities Visualization Project, and explain how these may be used in undergraduate courses. We also explain the techniques and equipment used to develop this material, as well as the advantages of its uses in the classroom.

Keywords: Teaching, mathematics, immersive virtual reality, technology in teaching.

INTRODUCCIÓN

El proyecto de visualización de entes matemáticos se ideó con la finalidad de hacer uso del "Observatorio virtual Ixtli", sala de realidad virtual inmersiva en la DGSCA, para la enseñanza de las matemáticas a nivel licenciatura.

En la experiencia de los profesores y estudiantes de matemáticas, se presenta el fenómeno de que, si los estudiantes no logran familiarizarse lo suficiente con los conceptos y manejarlos fluidamente, resulta muy difícil la comprensión de temas subsecuentes. La complejidad y el grado de abstracción característicos de las matemáticas hacen especialmente difícil que los alumnos adquieran la intuición que se requiere. Por ejemplo, nociones topológicas como la de conjunto abierto, frontera, punto de acumulación, entre otros, tienen una estrecha relación con fenómenos geométricos. Si sólo se presenta la definición formal, esta relación pasa inadvertida, sin embargo, una sencilla ilustración proporciona al estudiante una idea más intuitiva y en ocasiones más clara.

En Cálculo, algunos conceptos como los de límite, derivada parcial y diferenciabilidad de funciones de varias variables, pueden parecer muy complejos hasta que se les asocian interpretaciones geométricas. Es por ello importante desarrollar herramientas que permitan lograr un entendimiento más profundo y mayor familiarización con los conceptos fundamentales de cada tema. En este proyecto generamos material que cumple justamente con este propósito, auxiliándonos de tecnologías que, como el Observatorio virtual Ixtli, resultan además atractivas visualmente. En particular hemos creado material de apoyo para los cursos de Cálculo III y IV, Sistemas dinámicos y Ecuaciones diferenciales.

CÁLCULO

En lo que respecta a los cursos de Cálculo, se desarrolló material para ilustrar los temas de continuidad, diferenciabilidad, plano tangente, vectores normales, curvas y superficies de nivel, superficies paramétricas, y gráficas de funciones. Estos temas son de particular importancia pues constituyen la base de ramas enteras de la matemática entre ellas Geometría diferencial y Ecuaciones diferenciales, de la física, como la Teoría de la Relatividad, Mecánica y Electromagnetismo, así como de ramas de otras ciencias naturales y sociales. En consecuencia podrían jugar un papel importante en otras facultades.

Basándonos en textos como los de Bartle, Pita, Marsden y Stewart, hemos elaborado una colección de imágenes y animaciones interactivas, que permiten visualizar un objeto desde cualquier punto del espacio. En éstas se pueden hacer acercamientos para apreciar detalles finos del objeto que se está usando para visualizar una idea. Así mismo, se cuenta con la posibilidad de modificar, en tiempo real, los parámetros que especifican la forma y comportamiento de los objetos presentados, esto con la finalidad de que la audiencia relacione los cambios en las ecuaciones con cambios geométricos. Adicionalmente se cuenta con algunos elementos interactivos, que permiten al expositor introducir en la escena nuevos objetos para ir, poco a poco, construyendo su explicación, por ejemplo los planos que van cortando una superficie para explicar el concepto de curvas de nivel.

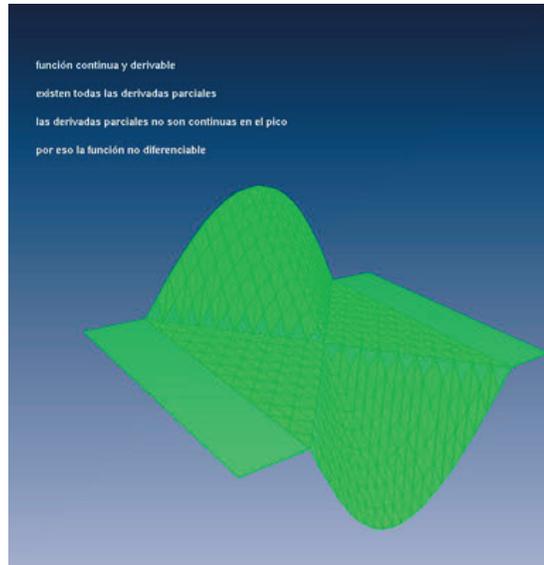


Fig. 1: Diffs

Ecuaciones diferenciales

En el ámbito de ecuaciones diferenciales se tienen ilustraciones de curvas, solución de sistemas de depredador-presa para 3 especies (dos depredadoras de una tercera) y de la distribución de un contaminante en un cultivo de bacterias. Este tipo de imágenes se pueden generar para cualquier conjunto de condiciones iniciales, es decir, para ilustrar el caso específico que el expositor desee.

La visualización de las soluciones de estas ecuaciones diferenciales permiten al alumno explorar a detalle el conjunto de panoramas simulados por el modelo.

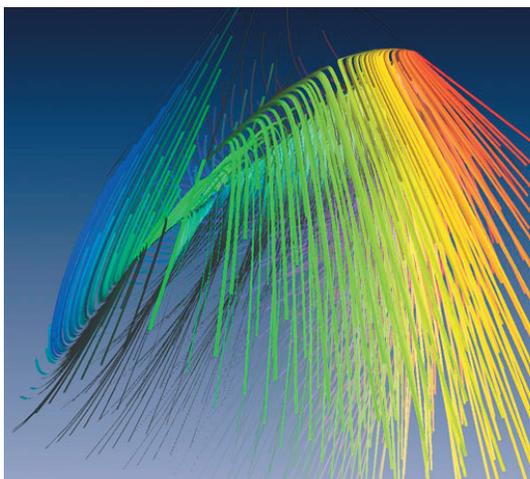


Fig. 2: Depredador-presa

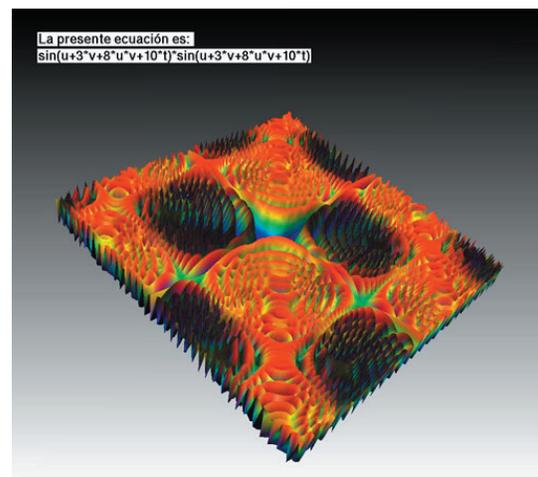


Fig. 3: Contaminante

SISTEMAS DINÁMICOS

El campo de los sistemas dinámicos es actualmente uno de lo más estudiados en las matemáticas. En él se analiza cualitativa y cuantitativamente el comportamiento de diversos entes matemáticos, como las ecuaciones diferenciales, los sistemas de funciones iteradas o los autómatas celulares. Con el estudio de estos fenómenos matemáticos se pretende alcanzar un mejor entendimiento de procesos naturales como la morfogénesis, dinámica de poblaciones, propagación de enfermedades, y fenómenos meteorológicos. Los resultados obtenidos en este campo se utilizan extensivamente en proyectos multidisciplinarios, y por ello es necesario darles una presentación fácil de interpretar por personas no especializadas en matemáticas.

En este proyecto hemos creado software que permite la exploración de sistemas dinámicos caóticos. Por ejemplo el atractor de Lorenz, derivado de las ecuaciones simplificadas que modelan fenómenos convectivos en la atmósfera, tiene un comportamiento que no se puede predecir simplemente de observar las ecuaciones. Estas ecuaciones son de tipo determinista, sin embargo, su comportamiento a lo largo del tiempo, que queda plasmado en el atractor, resulta ser caótico. Adicionalmente se generó un fractal basado en genomas de distintas especies, donde se ilustra que la distribución de bases nitrogenadas (A, C, G y T) en el ADN no es aleatoria.

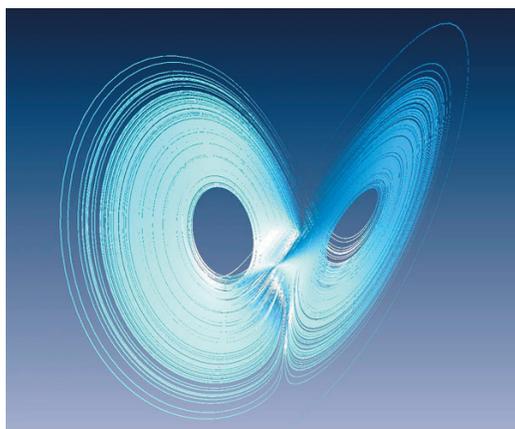


Fig. 4: Lorenz

Por último se trabajó con un sistema de funciones iteradas, cuyas imágenes resultantes se asemejan sorprendentemente a la forma de un helecho.

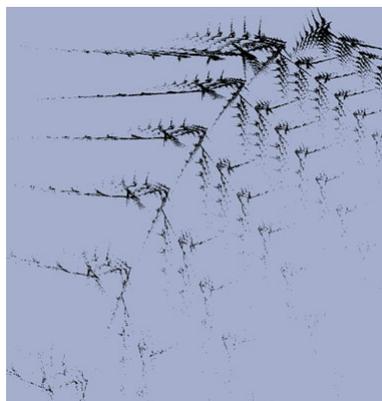


Fig. 5: Helecho

USO DEL MATERIAL

El profesor interesado en hacer uso de este material puede escoger del repertorio las imágenes que le parezcan más adecuadas con el tema que pretenda exponer. El repertorio de imágenes está organizado tanto por temas como por palabras clave, lo que le permite al interesado buscar y escoger eficientemente.

Una vez seleccionado el material, se carga en la computadora que controla el observatorio virtual Ixtli, abriendo cada archivo con Amira (Visor que permite la manipulación tridimensional). Una vez que los alumnos se han colocado las gafas de visión estereoscópica, verán los objetos salir de la pantalla, adquirir una tercera dimensión.

El expositor puede manipular las imágenes con un mouse mientras hace la explicación. Además es asistido desde la cabina de la sala por un operador que carga las imágenes que el profesor ha escogido, en el momento que este lo indique.

Proceso creativo

La producción del material se hizo con la ayuda de diversas herramientas computacionales. En el caso del material correspondiente a los temas de Cálculo, se usó extensivamente el programa Maple, que permite la ágil generación de imágenes a partir de ecuaciones. En el caso de los sistemas de funciones iteradas, el programa MatLab que fue de gran utilidad por que permite a partir de las ecuaciones y sus condiciones iniciales, la generación eficiente de grandes cantidades de datos.

Por su parte, los temas de ecuaciones diferenciales, así como en lo que respecta a los atractores extraños, se desarrolló un programa en lenguaje C que genera un archivo, compatible con Amira, que contiene las soluciones.

Adicionalmente se utilizaron módulos de Amira para generar imágenes y animaciones de superficies paramétricas, así como para manipular las imágenes generadas con Maple para ilustrar los conceptos de planos y superficies de nivel.