

ARTÍCULO

FRACTALITIS

Vicente Talanquer

Department of Chemistry, University of Arizona. Tucson, AZ 85745

vicente@u.arizona.edu

FRACTALITIS

Resumen:

Los fractales son figuras geométricas autosimilares y con dimensión fraccional. Sorprendentemente, estos "monstruos" geométricos son de gran utilidad para analizar la estructura de formas naturales y artificiales complejas, desde el sistema de vasos capilares en nuestro cuerpo hasta la red de transporte en centros urbanos. En este artículo se describen los elementos característicos de los objetos fractales y se presentan ejemplos de diferentes tipos de sistemas naturales o diseñados por los seres humanos que parecen exhibir geometría fractal.

Palabras clave: fractales / patrones / Forma / dimensión / autosimilaridad

FRACTALITIS

Abstract:

Fractals are geometrical figures that display self-similarity and have fractional dimension. Surprisingly, these geometrical "monsters" are very useful tools in the analysis of the structure of natural and artificial complex forms, ranging from blood vessel systems in our body to a city's transportation network. In this article we describe the essential elements of fractal objects and present examples of different types of natural and designed systems which seem to exhibit fractal geometry.

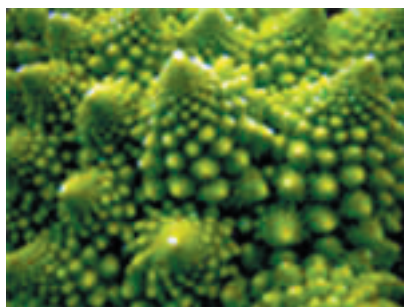
Keywords: fractals / patterns / form / dimension / self-similarity

Patrones Naturales

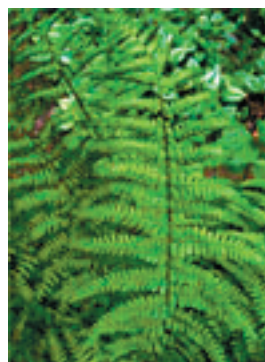
Los seres humanos tenemos la tendencia a buscar patrones y formas regulares en el mundo que nos rodea. El caos nos incomoda. Para nosotros, las estrellas se agrupan en constelaciones con formas mitológicas. Las nubes se transforman en blancos trasatlánticos, monstruos y dragones que cruzan el azul del cielo. Las formas geométricas nos fascinan, pues de alguna manera su simetría nos despierta sensaciones de paz y armonía.

Nuestra gran debilidad por las formas y patrones regulares en ocasiones nos engaña. Por ejemplo, la constante interacción con plantas y animales nos ha enseñado a reconocer que hay cierta complejidad en su estructura que parece hacerlos únicos. Son simétricos, pero no perfectos. Son similares unos a otros, particularmente si se trata de la misma especie, pero no idénticos. Hay un algo indescriptible; una cierta "complejidad organizada" que los distingue de los objetos inanimados, o por lo menos eso creemos. Por eso cuando descubrimos estructuras complejas en rocas y meteoritos que vienen del espacio, nuestra primera reacción es pensar que son clara evidencia de que hay vida en otros planetas.

Sin embargo, la ciencia nos ha revelado que los patrones naturales complejos no son un atributo único de los seres vivos. De hecho, hoy sabemos que estructuras de gran complejidad, correspondientes a organismos vivos, objetos inanimados e incluso organizaciones humanas, son el resultado de procesos regidos por leyes naturales o sociales relativamente sencillas. Sorprendentemente, muchos de estos procesos dejan una marca distinguible e indeleble en las formas y patrones a los que dan resultado. La huella es un fractal, un monstruo geométrico autosimilar y con dimensión fraccional.



Patrones Naturales



Patrones
Naturales

Fractales

Los fractales son formas geométricas extrañas pero con características bien definidas. Se trata de objetos autosimilares, pues son idénticos o muy parecidos a sí mismos a toda escala. Esto quiere decir que si cortamos una de sus partes y la ampliamos, o si la exploramos con una lupa, la estructura que veremos será idéntica (o muy similar) a la figura total. Si repetimos el procedimiento con las partes de una parte el resultado será de nuevo una copia del original, y así *ad infinitum*. Los fractales que encontramos en la naturaleza ciertamente no son tan "obsesivos", pues su autosimilaridad es limitada: las partes se parecen al total pero sólo en términos estadísticos y hay un nivel de ampliación en el que la similaridad desaparece.

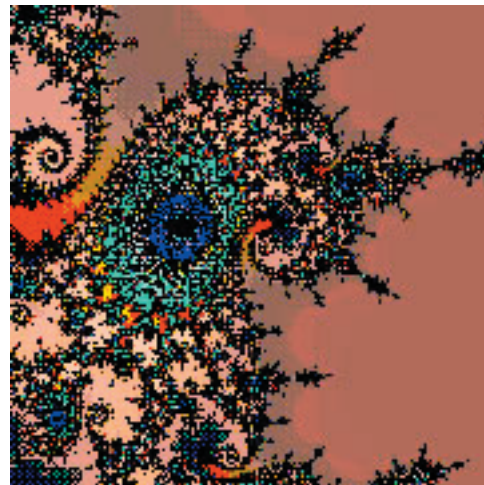
Una de las características distintivas de las formas fractales es que poseen dimensión fraccional. Los objetos geométricos que nos son familiares, como una línea, un círculo o una esfera, tienen dimensiones enteras: 1, 2 y 3, respectivamente. Esto implica, por ejemplo, que si tomamos un círculo con un radio R de 2 metros y lo extendemos hasta que tenga un radio de 4 metros, aunque el radio sólo se duplica, el área A se cuadruplica. En este caso decimos que el área es proporcional al radio al cuadrado, $A \sim R^2$, donde el

exponente 2 representa la dimensión del objeto. Ahora, tratemos de imaginar una figura plana como el círculo pero con una dimensión fraccional, por ejemplo 1.584. ¿Qué sucedería si tratamos de extenderla? El resultado sería que su área crecería como $A \sim R^{1.584}$, así que si duplicamos su tamaño el área sólo crecería $\sqrt[1.584]{4}$ veces en lugar de cuatro como en el caso del círculo. Un resultado ciertamente extraño.

Una figura fractal como ésta no es ni una línea ni un plano. Es un objeto que vive entre estas dos dimensiones. Formalmente, la dimensión del fractal nos da una idea de qué tan completamente la figura llena el espacio. Es un número muy útil para comparar estructuras complejas que a simple vista podrían parecer no tener nada en común. De hecho, la dimensión nos proporciona información sobre la naturaleza del proceso que dio lugar al fractal, pues procesos similares resultan en formas fractales con dimensiones muy parecidas.



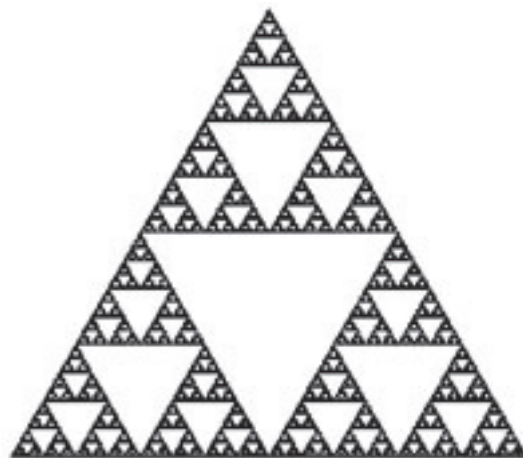
Fractales



Fractales



Fractales



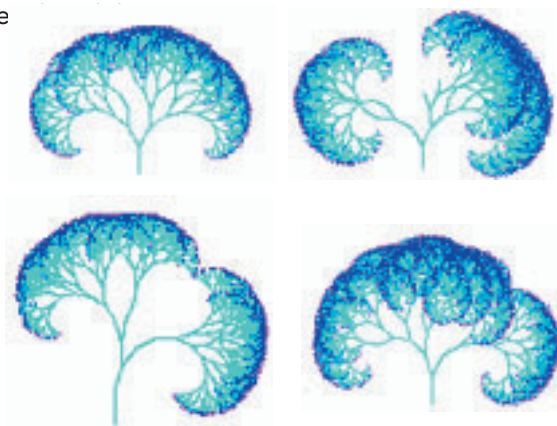
La carpeta de Sierpinski tiene una dimensión fractal de 1.584

Azares y Ramas

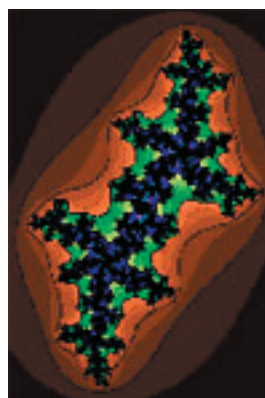
Un considerable número de formas en la naturaleza tienen estructuras ramificadas. La existencia de ramas que nacen de otras ramas es muchas veces, aunque no siempre, indicativa de la presencia de formas fractales. Algunas de estas estructuras parecen ser resultado de un proceso muy simple de agregación que involucra la difusión azarosa de objetos o sustancias. Lo más sorprendente es que una gran variedad de sistemas naturales, desde depósitos de polvo y minerales, hasta agregados de vasos capilares en el ojo y algunas colonias de bacterias, tienen estructuras ramificadas que revelan la existencia de mecanismos de formación que comparten rasgos en común.

Con el fin de ilustrar las características esenciales de los procesos que dan lugar a este tipo de estructuras, consideremos el caso de la formación de un agregado de polvo. Para empezar, es probable que partículas de polvo moviéndose al azar a través del aire se peguen unas a otras cuando entren en contacto. En un inicio, estas partículas formarán un cúmulo que crecerá en la medida que otras partículas lo encuentren en su camino. Sin embargo, una vez que el polvo acumulado forme una protuberancia, es más probable que otras partículas se adhieran a ella y formen una rama. Esta rama se extenderá en el espacio y más partículas se adherirán a ella formando nuevas ramas. Al final del proceso tendremos un objeto fractal formado por rama sobre rama sobre rama.

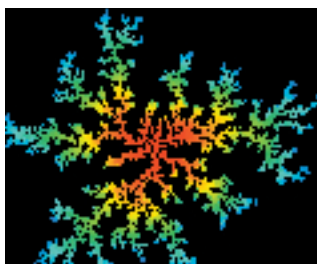
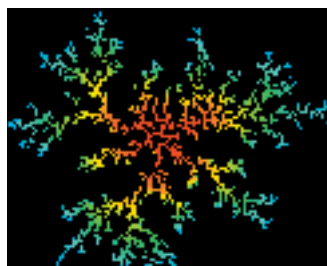
Al proceso descrito se le da el nombre de "agregación limitada por difusión" (o DLA, por sus siglas en inglés) y las estructuras fractales que genera tienen dimensiones cercanas a 1.7. Uno puede preguntarse cómo un mecanismo como éste puede tener algo que ver con la formación de vasos capilares en el ojo o la distribución de colonias de bacterias. Y aunque ciertamente el mecanismo de formación de estas estructuras es bastante más complicado, en el fondo estos sistemas también crecen por la agregación de miles



Árboles fractales



Conjuntos de Julia



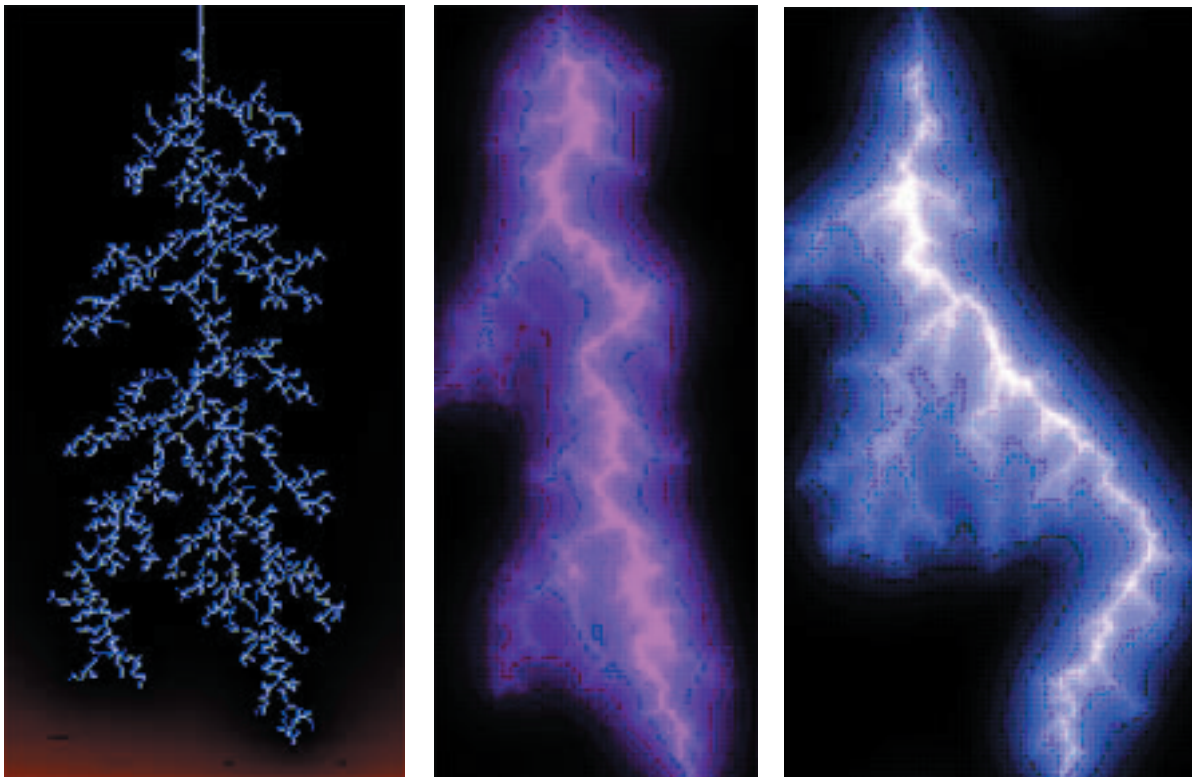
DLA
Agregado generado con el modelo de agregación limitada por difusión

Fracturas y Descargas

Cuando una piedra golpea un vidrio se desencadenan una serie de procesos que muchos consideran fascinantes. Si se forma una fractura, esta crece en menos de una millonésima de segundo a una velocidad cercana a los ¡200 metros por segundo! Esta pequeña quebradura adquiere más velocidad entre más crece hasta que alcanza un punto en el que el vidrio cede, y de la fractura original se disparan cientos de quebraduras en múltiples direcciones, y sobre estas otras, y otras, y otras. El resultado final podemos imaginarlo: una estructura fractal si el vidrio se sostiene o cientos de pedazos si el vidrio se desploma.

La formación de estructuras fractales en materiales quebradizos como el vidrio es más común de lo que uno se imagina. Sobre la misma corteza de la Tierra, fracturas gigantescas como la Falla de San Andrés en Norte América exhiben geometría fractal. Y, para mayor sorpresa, la estructura de estas fallas y fracturas es muy parecida a las formas que se generan cuando una descarga eléctrica atraviesa un material aislante como el agua o el aire. El análisis de fotografías de relámpagos en nuestro planeta revela que de nuevo, descarga sobre descarga sobre descarga, estas maravillas de la Naturaleza tienen dimensión fraccional.

Fenómenos como estos normalmente se estudian utilizando modelos denominados de "rompimiento dieléctrico" (DBM, por sus siglas en inglés). La idea básica es que la dirección en la que se desplaza la descarga eléctrica es azarosa, pero está influenciada por la intensidad del campo eléctrico en cada punto por el que pasa. Entre mayor sea la diferencia en los campos eléctricos entre dos puntos, mayor la probabilidad de que la descarga se mueva en esa dirección. Este simple mecanismo permite reproducir estructuras fractales muy similares a las observadas en los sistemas reales. Estas estructuras son de hecho muy parecidas a las generadas por el mecanismo de agregación limitada por difusión (DLA).



DBM
Descargas generadas con el
modelo de rompimiento
dieléctrico

Monstruos Urbanos

En caso de que alguien tenga dudas de que nuestro mundo, o mejor dicho, nuestro universo sufre de "fractalitis", consideremos la siguiente información: la ciudad de Londres en 1962 tenía una dimensión fractal de 1.77; la dimensión fractal de Berlín en 1945 era de 1.69, y la de San Petersburgo en 1990 era 1.78. Las ciudades más densamente pobladas tienen dimensiones fractales cercanas a 2; las menos pobladas tienen dimensiones fraccionales más pequeñas. De hecho, la dimensión fractal promedio de las ciudades que han sido analizadas es 1.7. ¿Y esto qué significa?

En principio estos datos sugieren que quizás el mecanismo que se esconde detrás del crecimiento de muchas ciudades es similar al que hemos descrito para la formación de depósitos de polvo o minerales (DLA), o para la formación de fracturas y descargas (DBM). Ambos mecanismos generan formas fractales con dimensiones cercanas a 1.7. Los urbanistas interesados en este tema prefieren los modelos de tipo DBM, porque en ellos la estructura crece por una presión ejercida desde el centro del sistema hacia los alrededores. De alguna forma podemos pensar que las ciudades se expanden desde su centro histórico hacia la periferia y aunque el crecimiento puede ser azaroso, hay factores que favorecen una dirección sobre otras (costo del terreno, recursos disponibles, existencia de otras comunidades). ¡Exactamente como un relámpago!

Otras estructuras generadas por los humanos tienen características similares. Por ejemplo, el sistema del Metro de París tiene una dimensión fractal de 1.47, y la red de transporte de la ciudad de Dallas es un fractal con dimensión de 1.75. Se trata, de nuevo, de sistemas ramificados y autosimilares, que a pesar de parecer irregulares y desordenados, esconden una geometría característica que nos permite analizarlos y entenderlos.



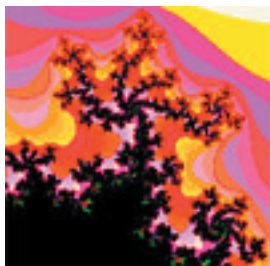
Mapa del Metro de París

Fascinación

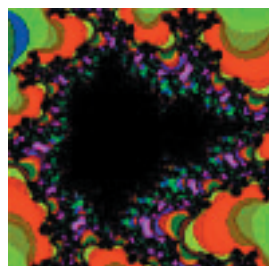
Una gran variedad de sistemas en la naturaleza, desde la forma de una nube hasta la costa de un continente, desde el perfil de una montaña hasta el sistema de alvéolos en nuestros pulmones, exhiben geometría fractal. Una multitud de sistemas artificialmente diseñados como ciudades y sistemas de transporte también lo hacen. Reconocerlo es de gran utilidad pues nos ayuda a reducir su complejidad a través de la identificación de propiedades que los distinguen, como su dimensión fraccional. Adicionalmente facilita la identificación de los mecanismos físicos y químicos que se esconden detrás de su origen.

Los objetos fractales simbolizan la complejidad del mundo en el que vivimos. Una complejidad llena de simetrías y regularidades y producto de procesos más simples de lo que en principio imaginábamos. Estas maravillas geométricas representan no sólo la belleza de las formas naturales, sino la majestuosa astucia de las leyes que rigen su comportamiento.

Es difícil imaginar otras formas geométricas con mayor capacidad para capturar la imaginación humana. La sola idea de un objeto que se contiene a sí mismo, infinitamente repetido, basta y sobra para alimentar por años nuestras fantasías. El hecho de que existan formas naturales y artificiales que parezcan imitarlo hace de la vida un sueño. Siempre he pensado que mi fascinación por estos "monstruos" de la geometría tiene que ver con mi incapacidad para imaginar la eternidad y el infinito. Cara a cara con estas bestias, me parece que al fin encontré una forma de confinarlos.



Fascinación. Conjunto de Mandelbrot



Fascinación. Conjunto de Mandelbrot

Bibliografía

BALL, P. *The self-made tapestry: Pattern formation in nature*. Oxford: Oxford University Press, 1999, p. 287.

BARNESLEY, M. *Fractals everywhere*. San Diego: Academic Press, 1988, p. 394.

BATTY, M., Longley, P. *Fractal cities*. San Diego: Academic Press, 1994, p. 394.

BRIGGS, J., Peat, F. D. *Turbulent mirror*. New York: Harper & Row, 1990, p.222.

MALETSKY, E., Perciante, T., Yunker, L. *Fractals for the classroom. Part One: Introduction to fractals and chaos*. Renssekaer: Springer-Verlag, 1992, p. 450.

PETERSON, I. *Islands of truth: A mathematical mystery cruise*. New York: Freeman, 1990, p. 325.

RIETMAN, E. *Exploring the geometry of nature: Computer modeling of chaos, fractals, cellular automata, and neural networks*. Blue Ridge Summit: Widcrest, 1989, p.197.

TALANQUER, V. *Fractus, fracta, fractal: Fractales, de laberintos y espejos* (3ra Ed.). La Ciencia para Todos, No. 147. México: SEP/FCE/CONACYT, 1996, p. 114.

Sitios de red interesantes:

· Para crear fractales

(Conjuntos de Mandelbrot y Julia) <http://www.softwarefederation.com/fractal.html>

(DLA: Agregación limitada por difusión): <http://apricot.polyu.edu.hk/~lam/dla/dla.html>

(DBM: Modelo de rompimiento dieléctrico) <http://gamma.cs.unc.edu/LIGHTNING/applet/index.html>

· Una metáfora fractal: http://interact10ways.com/usa/information_interactive.htm